Informatik als Grundbildung

Teil VI: Logik und Geltungssicherung

H. Wedekind · R. Inhetveen · E. Ortner

Mit diesem abschließenden Teil VI über Logik und Geltungssicherung wird zwar eine kleine Aufsatzreihe beendet, nicht aber – so ist zu hoffen – die Diskussion über Informatik als Grundbildung. ...

Logik und Sprache

Mit unserer natürlichen Sprache teilt die Logik das Schicksal, gewissermaßen wildwüchsig erworben zu werden. Dass dieser Erwerb der korrigierenden und fördernden Ergänzung durch die Schule bedarf, ist im Fall der Sprache eine Selbstverständlichkeit, im Fall der Logik jedoch nicht auf der Agenda. Orthographie ist Thema, Orthonoetik nicht. Die von Bacon (1561–1626; „Die Menschen glauben, ihr Verstand gebiete den Worten; es kommt aber auch vor, dass die Worte ihre Kraft gegen den Verstand umkehren". [Credunt enim homines rationem suam verbis imperare; sed fit etiam ut verba vim suam super intellectum retorqueant et reflectant]) über Leibniz (1646–1716; „Die Alltagssprachen, obgleich sie meist für das schlussfolgernde Denken von Nutzen sind, sind doch unzähligen Zweideutigkeiten unterworfen") bis Wittgenstein (1898–1951; „Die Philosophie ist ein Kampf gegen die Verhexung unseres Verstandes durch die Mittel unserer Sprache") immer wiederholten Warnungen blieben in der Bildungsdiskussion ohne Wirkung. Das macht es schwer, die Logik als Teil einer Grundbildung zu etablieren.

Dazu kommt ein zweiter Grund: Die Logik lädt in ihrer üblichen Darstellung nicht gerade zu einer näheren Beschäftigung mit ihr ein. Führende Logiker sprachen und sprechen zwar vom „natürlichen Schließen", ein Blick in ein Logiklehrbuch zeigt aber in der Regel Zeichen und Formeln, die alles andere als „natürlich" aussehen. Dazu kommt eine Reihe von „Prinzipien", die man als plausibel, selbstverständlich, fraglos gültig o. ä. zur Kenntnis zu nehmen hat. Ein solches Prinzip ist das so genannte *Zweiwertigkeitsprinzip*. Man hat jahrtausendelang (nämlich seit der *Stoa*) geglaubt, es etwa folgendermaßen formulieren zu müssen: Eine Aussage hat einen von zwei Wahrheitswerten. Dieses Prinzip wurde dann präzisiert durch die beiden Sätze: Eine Aussage ist nicht zugleich wahr und falsch (Prinzip vom ausgeschlossenen Widerspruch); und: eine Aussage ist entweder wahr oder sie ist falsch. Ein Drittes gibt es nicht. Der letzte Satz ist als „tertium non datur" ins Gedächtnis der Logiker eingegangen. Ob Sätze dieser Art wahre Erfahrungssätze, Vorschriften für die Rede von „wahr" und „falsch" oder (implizite?) Definitionen von „Aussage" sind, wird in aller Regel nicht einmal gefragt. Auch dass die Rede von einem „Prinzip" zumindest in den Formalwissenschaften Mathemtik und Logik meist nur bedeutet, dass da ein metametasprachlicher Satz, also ein Satz der Prädikatenlogik zweiter Stufe, vorliegt, wird (warum wohl?) im Unterricht an Schule und Hochschule nur selten gesagt. Daher fällt es dem Anfänger zwar nicht allzu schwer, das Sprachspiel „Logik" zu lernen, wohl aber, es zu verstehen.

DOI 10.1007/s00287-004-0452-3

H. Wedekind
Universität Erlangen-Nürnberg,
Institut für Informatik,
E-Mail: wedekind@informatik.uni-erlangen.de

E. Ortner · R. Inhetveen
TU-Darmstadt,
Fachbereich Recht- und Wirtschaftswissenschaften

Behauptung	Angriff $\mathcal{O}$	Verteidigung $\mathcal{P}$
$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$	L ?	$\mathbf{A}$
$\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$	R ?	$\mathbf{B}$
$\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$	?	$\mathbf{A} \mid \mathbf{B}$
$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$	$\mathbf{A}$?	$\mathbf{B}$
$\neg\, \mathbf{A}$	$\mathbf{A}$?	–
$\bigwedge_x \mathbf{A}(x)$	x_0?	$\mathbf{A}\ (x_0)$
$\bigvee_x \mathbf{A}(x)$	?	$\mathbf{A}\ (x_0)$

Tabelle 1

Logik und Informatik

Für die Informatik schien das alles am Anfang nicht so wichtig: Um seinen (Schalt-)*Plankalkül* für die Schaltung von Gattern zu entwickeln, genügte für Zuse (1910–1995) die klassische Aussagenlogik mit den als „Schalter geschlossen" bzw. „Schalter offen" interpretierten Wahrheitswerten. Auf der Seite der Hardware ist das heute noch so: die klassische Aussagenlogik genügt. Auf der Seite der Software sieht die Sache mittlerweile freilich ganz anders aus. Der längst vollzogene Übergang zur (klassischen) Prädikatenlogik (erster Stufe) liefert heute nicht mehr all die Mittel, derer die Informatik bedarf. Nicht zuletzt das Auftauchen immer neuer Nicht-Standard-Logiken (nichtmonoton, parakonsistent, fuzzy, mehrsortig, temporal, substruktural …) ist dafür ein deutliches Indiz. Wie geht man damit um? Gar nicht? Oder ist das nur Sache von Spezialisten und somit kein Thema einer Grundbildung?

Ein Thema für letztere ist sicherlich, wie man durch das Einbringen eines *Ordnungsgedankens* in ein „Durcheinander" zu einer Struktur kommt. Das ist ein *allgemeines Verfahren*, das in konkreter Form an den unterschiedlichsten Stellen auftritt. Es ausdrücklich als solches zu benennen, bringt ein reflexives Moment in die Grundbildung, bei dem sich die Frage, wofür man das brauchen könne, von selbst erledigt. In der Informatik begegnet man diesem Thema etwa bei der Variantenbildung. Doch auch in der (Schul)mathematik taucht das Thema auf, z. B. bei der Rede von Kegelschnitten als Sammelbezeichnung für auf den ersten Blick doch recht unterschiedliche ebene Kurven. Im Fall der Logik(en) ist die Idee der Strukturierung durch Ordnungsgesichtspunkte nur in Ansätzen wenigstens ein Forschungsthema.

Eine Alternative

Nun hat seit Beginn der 60er Jahre des vorigen Jahrhunderts ein neuer Zugang zur Logik von sich reden gemacht: einer, für den das Argumentieren um die Geltung einer Behauptung in Form eines Dialogs den Ausgangspunkt bildet. Dieser „approach" hält am Zweiwertigkeitsprinzip fest, aber in einer abgeschwächten Form: Es gibt von den (beiden) Dialogpartnern am Ende immer genau einen *Gewinner* und einen *Verlierer*. Es ist ganz wichtig sich klar zu machen, dass damit keinerlei Entscheidung für eine bestimmte Logik, etwa die klassische oder die konstruktive (früher „intuitionistisch" genannte) Logik, verbunden ist. Mehr noch: Beim Aufbau der Logik kommt man zunächst ganz ohne Wahrheitswerte aus.

Sehen wir uns also etwas näher an, wie ein dialogorienterter Zugang zur Logik aussieht. Er beginnt mit der Vorstellung einer *gemeinsamen Geltungskontrolle* von *Behauptungen*; dabei sind verteilte Rollen einzunehmen: wer eine Behauptung vorträgt, der so genannte *Proponent*, $\mathcal{P}$, ist nicht in jedem Fall verpflichtet, eine (zusammengesetze) Behauptung in allen ihren Teilen gegen einen Zweifler, den sogenannten *Oppponenten*, $\mathcal{O}$, zu verteidigen. $\mathcal{P}$ kann die Begründung eigener Teilbehauptungen davon abhängig machen, dass $\mathcal{O}$ zuvor andere Teilbehauptungen nachweist. Wie die einzelnen Begründungspflichten aussehen, wird durch die (von $\mathcal{P}$ getroffene) Wahl der logischen Junktoren und Quantoren geregelt. Im einzelnen gelten die Angriffs- und Verteidigungsregeln in Tabelle 1.

Wie diese Tabelle zeigt, sind im Falle einer Subjunktion und einer Negation vom $\mathcal{O}$ eigene Behauptungen vorzutragen, um einen wirksamen Angriff zu formulieren. Im Fall der Subjunktion darf der $\mathcal{P}$ die erforderliche Verteidigung solange *zurückstellen*, bis ein von ihm selbst vorgetragener Gegenangriff abgewehrt ist. Im Fall der Negation hat der $\mathcal{P}$ selbst gar keine Verteidigung: ihm bleibt nur, die Behauptung des $\mathcal{O}$ zu widerlegen. Außer diesen Regeln für die logischen Operatoren werden noch einige naheliegende Dinge vereinbart: zum Beispiel, dass $\mathcal{P}$ und $\mathcal{O}$ abwechselnd ihre Argumente vortragen und dass, wer eine fällige Verteidigung nicht länger aufschieben kann, sie dann nachholen muss. Zu Einzelheiten vgl. [2].

Definitheit und Wahrheit

Ein Dialog endet, sobald einer der beiden Partner kein Argument mehr vorbringen kann: er hat dann *verloren*, der Partner hat *gewonnen*. Da man aus verschiedenen Gründen verlieren kann (durch Aufgeben, Ungeschicklichkeit, weil man sich auf schlechte *Geltungsgründe* beruft oder weil sich „einfach nicht gewinnen lässt"), ist mit einem einzelnen Dialog über die „Wahrheit" einer Behauptung natürlich nicht entschieden. Eines aber steht von vornherein fest: Wenn die Ausgangsbehauptung syntaktisch korrekt gebildet war, endet jeder Dialog nach endlich vielen Schritten, und zwar mit einer Entscheidung darüber, wer gewonnen und wer verloren hat. Behauptungen mit dieser Eigenschaft – ein Dialog ist nach einer endlichen Schrittzahl entschieden – nennt man *dialogdefinit*.

Will man über diese „schwache" Variante des Bivalenzprinzips hinaus, so braucht man natürlich – schon um die „starke" Variante überhaupt formulieren zu können – einen Wahrheitsbegriff; man erhält ihn durch eine Definition, in der verlangt wird, eine Behauptung *gegen jeden denkbaren* Opponenten gewinnen zu können, damit sie „wahr" genannt werden darf. Genauer spricht man an dieser Stelle von *materialer Wahrheit* und sagt, ihr Vorliegen sei an die Existenz einer (materialen) Gewinnstrategie gebunden, die der Proponent nur zu befolgen braucht, um gegen jeden Opponenten zu gewinnen.

Genau diese materiale Wahrheit ist es, um die es im Alltag ständig geht – und vor Gericht – und bei der Repräsentation von Wissen in der Künstlichen Intelligenz. Leider werden daraus nicht immer die angemessenen Konsequenzen gezogen. Das berühmte Beispiel, das beim Übergang zu nichtmonotonen Logiken immer herangezogen wird, mag das illustrieren: Da stehen in einer Wissens-Datenbank die Sätze „Vögel können fliegen" und „Tweety ist ein Vogel", woraus gefolgert wird, dass Tweety fliegen kann. Jener Tweety, der hier für die Namenswahl vielleicht Pate stand (aus einer auch auf Deutsch ausgestrahlten Serie der Warner Bros.), war zwar ein Kanarienvogel, aber nun wird in die Datenbank noch der Satz aufgenommen: „Tweety ist ein Pinguin". Da man weiß, dass Pinguine nicht fliegen können, kann nun also auch Tweety nicht fliegen, und man landet bei einem Widerspruch. Der Grund ist klar: der Satz „(Alle) Vögel können fliegen" ist nicht material wahr. So einen Satz sollte man nicht in eine Wissensdatenbank aufnehmen (weil man zum logischen Schließen wahre Prämissen braucht). Um die nichtmonotonen Logiken zu ermöglichen, bleibt er aber drin, und man behilft sich mit der Einführung von vagen Wörtern („normalerweise").

	$\mathcal{O}$	$\mathcal{P}$
0		$\neg(\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{A})$
1	$\mathbf{A} \wedge \neg\mathbf{A}$?	–
2	$\mathbf{A}$	L ?
3	$\neg\mathbf{A}$	R ?
4	–	$\mathbf{A}$?
5	†	✓

Tabelle 2

Nach der Definition der materialen Wahrheit sieht man sehr schnell ein, dass für empirische Allsätze keine Gewinnstrategien existieren. Man kann also nicht *beweisen*, dass sie material wahr sind. Das ist das ganze Geheimnis des einst berühmten Falsifikationismus von Popper (1902–1094). Materiale Wahrheiten werden gebraucht, um für eine zentrale Aufgabe der Logik, das logische Schließen, wahre Prämissen identifizieren zu können. So gesehen ist die materiale Wahrheit – und damit der damit befasste Teil der Logik, die *materiale Logik* – nur ein Zwischenschritt auf dem Weg zur Kunst des Schließens, der *formalen Logik*. Um zu ihr zu gelangen, ist eine weitere Verschärfung der Gewinnidee erforderlich: nicht nur eine Gewinnstrategie für einen Satz soll existieren, sie soll so beschaffen sein, dass der $\mathcal{P}$ nur solche Elementarsätze behauptet, die der $\mathcal{O}$ vorher seinerseits schon behauptet hat. Solche Dialoge kommen ohne Prüfung der genannten Elementarsätze auf ihre Wahrheit aus, und in diesem Sinn ist die Gewinnstrategie von ihnen (inhaltlich) unabhängig. Daher nennt man sie „formal". Glücklich ist diese Wortwahl nicht („allgemeingültig" ist besser), aber sie hat sich nun einmal eingebürgert.

Allgemeingültige Aussagen liest man daher auch als gültige Aussageschemata. Das rechtfertigt die Verwendung *irgendwelcher* Buchstaben zu ihrer Formulierung. Und *deshalb* ist es egal, ob man das Schlussschema des Modus ponens als „A, A→B ergo B" oder als „p, p→q *ergo* q" notiert.

Erst an dieser Stelle tauchen unsere eingangs erwähnten Prinzipien wieder auf; etwa das „Prinzip des ausgeschlossenen Widerspruchs". Seine Formulierung ist recht schlicht: ¬(A ∧¬A). Um seine Allgemeingültigkeit zu zeigen genügt der Dialog in Tabelle 2.

Das genannte Prinzip ist also ein allgemeingültiges Schema, das, weil es für beliebige (alle) A gilt, der Prädikatenlogik zweiter Stufe angehört. Das ist nicht weiter überraschend. Viel interessanter ist, dass sich dieses Prinzip nach einem dialogischen Logikaufbau beweisen lässt. Das haben wir ja eben getan. Damit verliert es seinen geheimnisvollen Status vollends: es ist nicht länger ein „Grundgesetz unseres Denkens“ oder ein „Axiom“ sonder ein wahrer Satz. Und bei genauem Hinsehen wird deutlich, dass dieser Satz sich nur aufgrund der Regeln für die sechs logischen Zeichen und die allgemeinen Spielregeln für Dialoge ergibt. Wenn man so will, kann man dafür auch sagen: „Wir haben die Logik gerade so gemacht, dass das Prinzip des ausgeschlossenen Widerspruchs gilt.“ Das haben wir natürlich deshalb getan, weil jedes vernünftige Argumentieren ohne (gegen) dies Prinzip unmöglich ist.

Klassische und andere Logik

Bisher haben wir keinerlei Hinweis darauf benötigt, welche Art von Logik wir eigentlich treiben. Das ist auch im Sinne eines methodischen Aufbaus ganz folgerichtig: wo noch keine Logiken voneinander unterschieden sind, kann man auf keine von ihnen verweisen. Vom Prinzip des ausgeschlossenen Widerspruchs wird man daher sagen können, es gelte „schlechthin“. Anders ist das schon beim tertium non datur. Mit den bisherigen Regeln allein findet man dafür keine formale Gewinnstrategie. Will man dennoch, dass es gilt, muss man daher *die Regeln ändern*, genauer: die allgemeinen Spielregeln, nicht die Regeln für die logischen Zeichen. Das ist technisch nicht schwierig, gehört aber nicht mehr hierher (vgl. [2]). Die allgemein klassisch genannte Logik lässt sich dann charakterisieren als eine Variante, die an eine bestimmte Spielregel des Dialogs nicht gebunden ist. Man erhält dann nicht nur das tertium non datur, sondern das zusätzliche Ergebnis, dass die klassische Logik genau für den Spezialfall wertdefiniter Aussagen gemacht ist. Damit ist sie die Logik der Algorithmik: algorithmisch entscheidbare Prädikate sind wertdefinit.

Was sie hingegen nicht ist, weil sie der Situation nicht gerecht wird, haben wir schon gesehen: die klassische Logik ist nicht die Logik der KI, sie ist wohl auch nicht die Logik der Programmverifikation. Hier hat die konstruktive („intuitionistische“) Logik ihr eigenes Bewährungsfeld, worauf Bauer (vgl. [1]) schon hingewiesen hat. Doch das sind Details, die über die Problematik der Grundbildung sicherlich hinausgehen. Gezeigt werden sollte hier nur ein Anknüpfungspunkt: der dialogische Logikzugang bildet einen solchen, an dem auch der oben erwähnte Gedanke einer Strukturierung durch Ordnungsideen, jetzt bezogen auf Spielregelvarianten, zu einem (Forschungs)programm ausgearbeitet werden könnte.

Literatur

1. Bauer, F.L.: Intuitionismus und Informatik. *Informatik-Spektrum* 4, S 284–287, (1999)
2. Inhetveen, R.: Logik. Eine dialog-orientierte Einführung. Leipzig 2003.
3. Kamlah, W, Lorenzen, P.: Logische Propädeutik. Vorschule des vernünftigen Redens. Stuttgart ^{3}1966

Zum Abschluss

Hiermit beschließen wir eine 6-teilige Artikelserie, die den Zweck verfolgte, die sprachlogischen Fundamente der Informatik für den Unterricht an allgemeinbildenden Schulen freizulegen. Sprachlogik in der Informatik ist wegen ihrer Unhintergehbarkeit einer Algorithmik und einer Gerätekunde methodisch voranzustellen, die beide von ihr abhängen. Es ist nicht einzusehen, dass sprachinteressierte und begabte Mädchen eine sprachbasierte Informatik scheuen sollten. Unsere Darstellung ist als eine stark verkürzte *Logische Propädeutik* [3] aufzufassen, zugeschnitten auf das Schulfach „Informatik“.

Auf Vollständigkeit der Darstellung wurde kein großer Wert gelegt. Zwar entstand während der Abfassung der Serienbeiträge unter den Autoren eine heftige Debatte darüber, was nun zu einer Grundbildung unbedingt gehören muss und was nicht. Sollen z. B. Anwendungen der Logik im Hinblick auf die wichtige Teil-Ganzes-Relation mit ihren Komponentenbegriff (Mereologie) oder die Kontrollsphären-Lehre mit ihrem Transaktionsbegriff Gegenstand einer Grundbildung sein? Der Zeitdruck hat Diskussionen dieser Art unsanft beendet. Vollständigkeit ist in der Lehre Gott sei Dank nur eine Sekundärtugend. Zu den Primärtugenden gehört aber die Zwecksetzung, Informatik als Grundbildung nicht als ein Exzerpieren von Hochschulwissen mit anschließender Verdünnung aufzufassen. Informatik ist im Unterricht konstruktiv einzuführen, d. h. schrittweise, zirkelfrei und alles explizit machend. Die Informatik ist für die Didaktik keine Bezugswissenschaft. Das ist sie für ihre „Hauptkunden“: Naturwissenschaften und Technik, Medizin und Wirtschaftswissenschaften. Vor einer nichtkonstruktiven Einführung in die Informatik ist zu warnen, weil die Folgen ähnlich sein werden wie vor rund 30 Jahren bei der Einführung der Mengenlehre. Schema und Ausprägung, Elementarsätze einer rationalen Grammatik, Abstraktion usw. sind nicht zu behandeln, als seien sie einer methodischen Einführung nicht bedürftig. Bevor die Informatik geboren wurde, gab es schon viele Essentials, die in einem Unterricht zu berücksichtigen sind. Keiner behauptet, dass mit der 6-teiligen Serie nun der „Stein der Weisen" gefunden wurde. Aber in den allbekannten Modus zu verfallen, der da lautet: „ignorieren und weitermachen!," ist angesichts der prekären internationalen Lage Deutschlands im Bildungsbereich unverantwortlich, was von allen Verantwortlichen zur Kenntnis genommen werden sollte. Und Verantwortung fängt immer ganz oben an und hört ganz unten auf.